E.S.T.P
ME1

Application d'Hydrodynamique n°1.

P. Sochala

5/11/07

Hydrostatique

Exercice 1 (5 points)

On considère un glaçon ($\rho_{glace} = 900 kg.m^{-3}$) dans un verre rempli d'eau à ras bord.

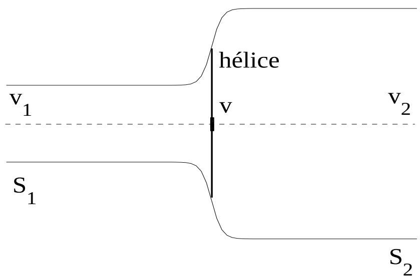
1. Pourquoi le glaçon flotte ?
2. Quel est le rapport du volume immergé au volume total ?
3. Le glaçon fond totalement. Comment évolue le niveau de l'eau dans le verre ?

Fluides parfaits

Exercice 2 (8 points)

Une hélice est mise en rotation autour d'un axe horizontal par un liquide incompressible de masse volumique ρ (voir figure ci-dessous). Les hypothèses sont les suivantes :

- l'écoulement est permanent et irrotationnel,
- l'hélice est mince et la gravité est négligée,
- dans une section droite, la vitesse et la pression sont uniformes,
- il y a continuité de la vitesse et discontinuité de la pression au niveau de l'hélice.



Notations et lignes de courant.

1. Donner la discontinuité de pression au niveau de l'hélice.
2. Déterminer la force exercée par le fluide sur l'hélice en fonction de v_1, S_1, v_2 et S_2.
3. Exprimer la vitesse v au niveau de l'hélice en fonction de v_1 et v_2.

Exercice 3 (7 points)

On suppose un écoulement plan irrotationnel. Une source ponctuelle de débit Q peut être représentée par le potentiel complexe

$$f(z) = \frac{Q}{2\pi} ln(z)$$

1. Déterminer le potentiel des vitesses φ et la fonction de courant ψ.
2. En déduire les équipotentielles et les lignes de courant. Les répresenter.
3. Donner le champ de vitesse.
4. Vérifier que le fluide est incompressible et que le mouvement est irrotationnel.

Formulaire en coordonnées cylindriques

Le gradient d'une fonction scalaire f est défini par le vecteur

$$\nabla f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix}$$

La divergence d'une fonction vectorielle F est définie par le scalaire

$$div(F) = \frac{1}{r}\frac{\partial(r f_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial f_z}{\partial z}$$

Le rotationnel d'une fonction vectorielle F est définie par le vecteur

$$rot(f) = \begin{pmatrix} \frac{1}{r}\frac{\partial f_z}{\partial \theta} - \frac{\partial f_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial f_r}{\partial z} - \frac{\partial f_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\big(\frac{\partial(r f_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial f_r}{\partial \theta}\big) \end{pmatrix}$$