

Aucun document autorisé.
Calculatrice de l'école autorisée.
2h30

Ce sujet comporte 5 pages.
Les deux questions de cours sont sur 6 pts.
Les trois exercices sont indépendants et sont sur 14 pts.

Questions de cours

- Le numéro n de la question à traiter est obtenu par la formule suivante

$$n = 1 + N_{\text{élève}} + X - 24 \times ENT\left(\frac{N_{\text{élève}} + X}{24}\right)$$

dans laquelle $N_{\text{élève}}$ est le numéro de l'élève attribué en début de scolarité,
 X est un entier donné pour chaque question,
 $ENT()$ désigne la partie entière.

- Exemple : Elève 830

$$X = 5$$

$$n = 1 + 830 + 5 - 24 \times ENT\left(\frac{830 + 5}{24}\right) = 20$$

- Remarques : - les questions de cours sont données en Annexe,
- $N_{\text{élève}}$ n'est pas un numéro éventuel attribué à votre place pour la composition,
- toute question ne devant pas être traitée ne sera pas corrigée.

Question 1 (3 points)

L'entier X pour cette question est 5.

Question 2 (3 points)

L'entier X pour cette question est 13.

Hydrostatique

Exercice 1 (5 points)

Le propriétaire d'un parc aquatique vous a contacté pour installer un hublot dans l'aquarium aux requins. Ce dernier doit permettre aux visiteurs d'avoir une magnifique vue depuis le fond du bassin. Le hublot peut être assimilé à une demi-sphère S de rayon R qui repose sur le fond du bassin contenant de l'eau de mer de masse volumique ρ . La surface libre est à une hauteur H par rapport au fond horizontal et la pression du fond est notée p_f . L'axe Oz est vertical ascendant et a pour origine le fond du bassin (voir figure).

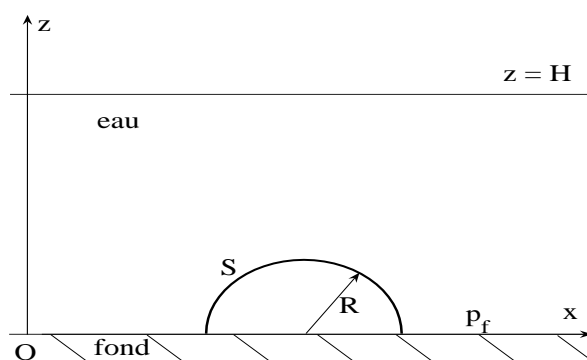


Schéma du bassin.

1. Déterminer la résultante des forces de pression s'exerçant sur la surface S en intégrant la force élémentaire s'exerçant sur une partie élémentaire de S .
2. Retrouver le résultat de la question précédente de façon globale.

Fluides parfaits

Exercice 2 (3 points)

On considère un jet d'eau de diamètre initial 107mm s'élevant verticalement à une hauteur de 156m . Le frottement de l'air est négligé.

1. Calculer le débit pour alimenter ce jet d'eau.
2. Calculer la pression pour alimenter ce jet d'eau.
3. En déduire la puissance hydraulique ($1W = 1\text{m}^2.kg.s^{-3}$).

Indication.

Considérer les 3 points suivants : un point A au départ du jet, un point B au sommet du jet et un point C dans la conduite d'arrivée d'eau à la même altitude que A .

Fluides réels

Exercice 3 (6 points)

On étudie le circuit hydraulique ci-dessous en prenant en compte les pertes de charges régulières et singulières.

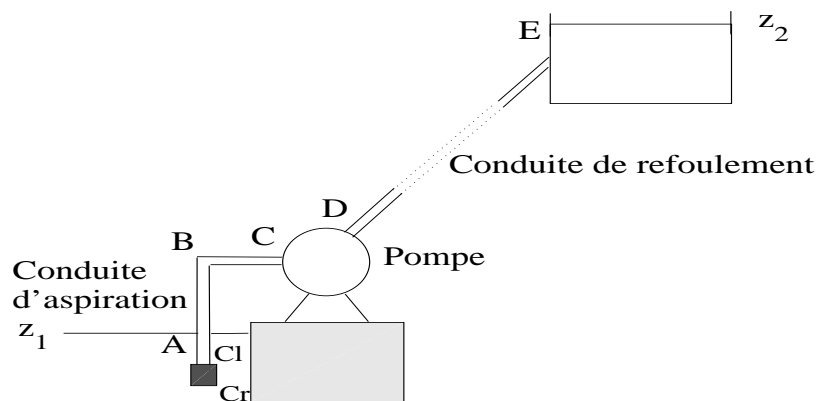


Schéma du circuit hydraulique.

Les vitesses du fluide à la surface libre du bassin d'aspiration et du bassin de refoulement sont supposées très faibles.

Les caractéristiques géométriques des tuyaux sont

- conduite d'aspiration : longueur $l_a = 15m$ et diamètre $d_a = 125mm$,
- conduite de refoulement : longueur $l_r = 925m$ et diamètre $d_r = 80mm$,
- rugosité : $\epsilon = 0.1mm$.

Les coefficients de pertes de charges singulières sont

- crépine C_r : $k_1 = 3$
- clapet C_l : $k_2 = 1.2$
- coude B : $k_3 = 0.134$
- élargissement brusque E : $k_4 = 1$

Les éléments concernant l'eau sont

- viscosité cinématique $\nu = 10^{-6}m^2.s$
- débit volumique $q_v = 10l.s^{-1}$
- hauteurs d'eau : $z_1 = 5m$ et $z_2 = 45m$

1. Calculer les coefficients de pertes de charges régulières.
2. Déterminer la charge que la pompe doit fournir pour élever l'eau.
3. En déduire la puissance minimale de la pompe.
4. Tracer à l'échelle le diagramme de charge du circuit lorsque le fonctionnement de la pompe est minimal en supposant que $l_{ACr} = 2m$, $l_{CrCl} = 0$ et $l_{ClB} = 10m$.

Annexe

Questions de cours

1. Expression et interprétation physique des opérateurs différentiels.
2. Dérivée particulaire et déformation d'une particule fluide.
3. Equation d'équilibre et équation de continuité.
4. Equation de l'hydrostatique et équation de Pascal.
5. Principe des vases communicants, tube piézométrique et presse hydraulique.
6. Résultante des forces de pression sur une surface et Principe d'Archimède.
7. Equation d'Euler à partir de l'équation d'équilibre.
8. Théorème de Bernoulli en écoulement permanent à partir de l'équation d'Euler.
9. Formule de Toricelli, Venturi et Tube de Pitot.
10. Theorème d'Euler.
11. Potentiel des vitesses et fonction de courant. Equipotentiellles et Lignes de courant.
12. Expérience de Newton. Hypothèse des fluides newtoniens.
13. Equation de Navier-Stokes à partir de l'équation d'équilibre.
14. Equation de Stokes et Nombre de Reynolds.
15. Viscosimètre de Couette.
16. Théorème de Bernoulli généralisé. Coefficients de pertes de charge.
17. Equation de Navier-Stokes adimensionnalisée.
18. Nombres sans dimension et similitude.
19. Expérience de Reynolds.
20. Equation de Reynolds à partir de l'équation de Navier-Stokes.
21. Hypothèse de Boussinesq et modèle de longueur de mélange.
22. Obtention de la formule de Manning-Strikler.
23. Profondeur critique. Cas général et cas particulier du canal rectangulaire.
24. Sens de variation de la surface libre due à une variation de la cote du fond.

Formulaire

Dérivée

$$(u^n)' = nu'u^{n-1}$$

Volume d'une sphère de rayon R

$$V_s = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Formule de perte de charge linéaire

$$\Delta H_l = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Formule de perte de charge singulière

$$\Delta H_s = k \frac{v^2}{2g}$$

