

Aucun document autorisé.
Calculatrice de l'école autorisée.
2h30

Ce sujet comporte 4 pages.
Les deux questions de cours sont sur 6 pts.
Les trois exercices sont indépendants et sont sur 14 pts.

Questions de cours

- Le numéro n de la question à traiter est obtenu par la formule suivante

$$n = 1 + N_{\text{élève}} + X - 24 \times ENT\left(\frac{N_{\text{élève}} + X}{24}\right)$$

dans laquelle $N_{\text{élève}}$ est le numéro de l'élève attribué en début de scolarité,
 X est un entier donné pour chaque question,
 $ENT()$ désigne la partie entière.

- Exemple : Elève 830
 $X = 5$

$$n = 1 + 830 + 5 - 24 \times ENT\left(\frac{830 + 5}{24}\right) = 20$$

- Remarques : - les questions de cours sont données en Annexe,
- $N_{\text{élève}}$ n'est pas un numéro éventuel attribué à votre place pour la composition,
- toute question ne devant pas être traitée ne sera pas corrigée.

Question 1 (3 points)

L'entier X pour cette question est 8.

Question 2 (3 points)

L'entier X pour cette question est 20.

Hydrostatique

Exercice 1 (5 points)

Le roi Hérion de Syracuse (sud de l'Italie) commanda en 250 av J.C. une couronne en or pur de $1kg$. Il eut un doute lors de la réception : de l'argent aurait pu être mélangé à l'or. Il demanda de l'aide à Archimède qui observa que la couronne et $1kg$ d'or s'équilibraient sur une balance. Lorsqu'il plongea le dispositif dans l'eau, il s'aperçut que la balance penchait du côté de l'or et que l'équilibre était rétabli en ajoutant 5 grammes (côté couronne).

Données : – masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$
– masse volumique de l'or : $\rho_{\text{or}} = 19600 \text{ kg.m}^{-3}$
– masse volumique de l'argent : $\rho_{\text{argent}} = 10500 \text{ kg.m}^{-3}$

1. Montrer que la couronne n'est pas en or pur.
2. Calculer le volume de la couronne.
3. En déduire la masse volumique de la couronne.
4. Calculer la proportion d'argent dans la couronne.

Fluides réels

Exercice 2 (4 points)

Avant de la mettre en eau, nous souhaitons prévoir les pertes de charges dans une galerie d'aménagement hydroélectrique de diamètre D , ayant une rugosité de paroi ϵ . Pour cela nous mesurons les pertes de charges dues à un écoulement d'air soufflé dans la même galerie. Cette mesure produit une perte de $12 \cdot 10^{-6} \text{ bar}$.

Données : – masse volumique de l'air : $\rho_{\text{air}} = 1.25 \text{ kg.m}^{-3}$
– viscosité cinématique de l'air : $\nu_{\text{air}} = 15.1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
– viscosité cinématique de l'eau : $\nu_{\text{eau}} = 1.15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$

1. Rappeler l'expression de perte de charge linéaire.
2. Déterminer la perte de charge de la galerie en exploitation.

Exercice 3 (5 points)

Le but de cet exercice est d'étudier le principe du viscosimètre capillaire représenté à la figure 1. Cet appareil est constitué d'un large récipient fixé sur un support et contenant le liquide à étudier. Ce récipient présente à sa base un orifice permettant l'écoulement du liquide à travers un tube très fin de sorte que le régime soit permanent et laminaire. Une éprouvette jaugée permettant de recueillir 50mL de liquide est placée sous ce tube. La hauteur de liquide h dans le récipient large peut être supposée constante pendant la mesure.

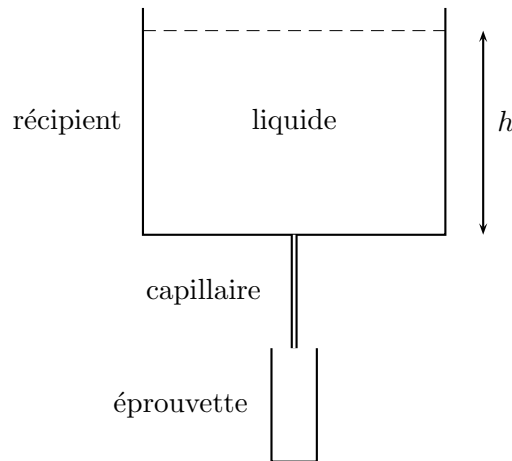


FIG. 1 – Viscosimètre capillaire.

Nous considérons un fluide i ($i = 1$ ou 2) de masse volumique ρ_i , de viscosité cinématique ν_i et dont le temps de remplissage de l'éprouvette est t_i . Nous rappelons que le débit volumique Q_v pour un fluide newtonien de viscosité dynamique μ en écoulement laminaire dans une conduite cylindrique de rayon R et de longueur L est

$$Q_v = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\mu L},$$

où Δp désigne la perte de charge dans la conduite.

Données : – viscosité dynamique de l'eau : $\mu_1 = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
– viscosité dynamique de l'acétone : $\mu_2 = 0.31 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
– temps de remplissage pour l'eau : $t_1 = 120 \text{ s}$
– temps de remplissage pour l'acétone : $t_2 = 37 \text{ s}$
– diamètre du capillaire : $D = 0.5\text{mm}$

1. Pourquoi le régime peut-il être supposé permanent ?
2. Montrer que l'égalité $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$ conduit à la relation

$$\frac{t_1}{\mu_1} = \frac{t_2}{\mu_2}.$$

3. Calculer la viscosité d'un liquide dont le temps de remplissage de l'éprouvette est 700s .
4. Déterminer le débit volumique Q_v et la vitesse v dans le cas de l'eau.

Annexe

Questions de cours

1. Expression et interprétation physique des opérateurs différentiels.
2. Dérivée particulaire et déformation d'une particule fluide.
3. Equation d'équilibre et équation de continuité.
4. Equation de l'hydrostatique et équation de Pascal.
5. Principe des vases communicants, tube piézométrique et presse hydraulique.
6. Résultante des forces de pression sur une surface et Principe d'Archimède.
7. Equation d'Euler à partir de l'équation d'équilibre.
8. Théorème de Bernoulli en écoulement permanent à partir de l'équation d'Euler.
9. Formule de Toricelli, Venturi et Tube de Pitot.
10. Théorème d'Euler.
11. Potentiel des vitesses et fonction de courant. Equipotentiels et Lignes de courant.
12. Expérience de Newton. Hypothèse des fluides newtoniens.
13. Equation de Navier-Stokes à partir de l'équation d'équilibre.
14. Equation de Stokes et Nombre de Reynolds.
15. Viscosimètre de Couette.
16. Théorème de Bernoulli généralisé. Coefficients de pertes de charge.
17. Equation de Navier-Stokes adimensionnée.
18. Nombres sans dimension et similitude.
19. Expérience de Reynolds.
20. Equation de Reynolds à partir de l'équation de Navier-Stokes.
21. Hypothèse de Boussinesq et modèle de longueur de mélange.
22. Obtention de la formule de Manning-Strikler.
23. Profondeur critique. Cas général et cas particulier du canal rectangulaire.
24. Sens de variation de la surface libre due à une variation de la cote du fond.