E.S.T.P
ME1

Projet d'Hydrodynamique.

P. Sochala

A rendre impérativement pour le 19/12/08

A effectuer en binôme

17/11/08

Présentation

Nous proposons d'étudier le processus de naufrage d'un bateau ainsi que la fuite d'hydrocarbure. Ce projet comporte deux parties indépendantes.

La coque du navire est modélisée par un parallélépipède rectangle de longueur L, de largeur l et de hauteur H. Cette coque de masse M est considérée vide de toute structure interne. La masse volumique de l'eau est notée ρ, l'accélération de la pesanteur g. Nous notons $S = Ll$ et x la profondeur (quantité positive) à laquelle se trouve le fond de la coque par rapport au niveau de la mer.

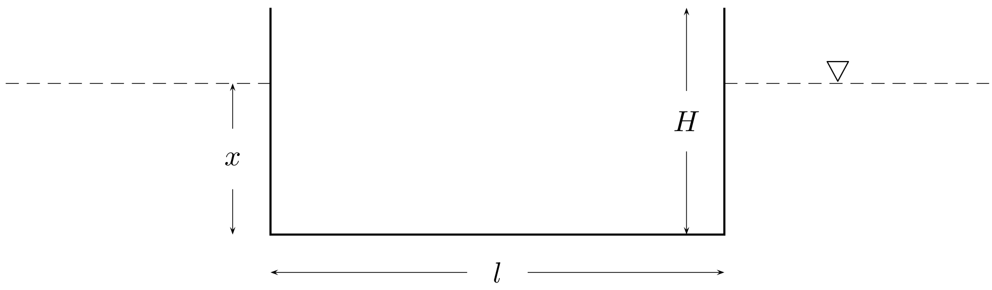

Fig. 1 – Coupe transversale de la coque.

La masse volumique du pétrole ρ_p est légérement inférieure à la masse volumique de l'eau et la différence $\Delta\rho = \rho - \rho_\mathrm{p}$ est indépendante de la profondeur. Les applications numériques seront réalisées avec les valeurs suivantes :

$$L = 250m, \quad l = 25m, \quad H = 20m, \quad M = 50000\ tonnes,$$

$$\rho = 10^3 kg.m^{-3}, \quad g = 10 m.s^{-2}, \quad \Delta\rho = 30 kg.m^{-3}.$$

Partie 1 : Naufrage du bateau (12 points)

L'objectif de cette première partie est de déterminer le temps mis par la structure pour couler dans le cas où la coque demeure toujours horizontale et l'écoulement quasi stationnaire.

Calculs préliminaires.

1. On suppose d'abord qu'il n'y a pas d'eau dans le bateau. Déterminer et calculer la position d'équilibre x_0 de la coque en fonction de M, ρ et S.
2. L'eau remplit désormais uniformément la coque jusqu'à une hauteur h au-dessus du fond. Déterminer la nouvelle position d'équilibre x en fonction de h et de x_0. En déduire que la différence $x - h$ est indépendante de h ainsi que la hauteur $h_{\max}$ pour laquelle la coque sombre.

La coque est supposée initialement vide, une déchirure de section $s = 25m^2$ se produit au niveau $d = 4m$ au-dessus du fond (voir la figure 2).

Première phase : $h < d$.

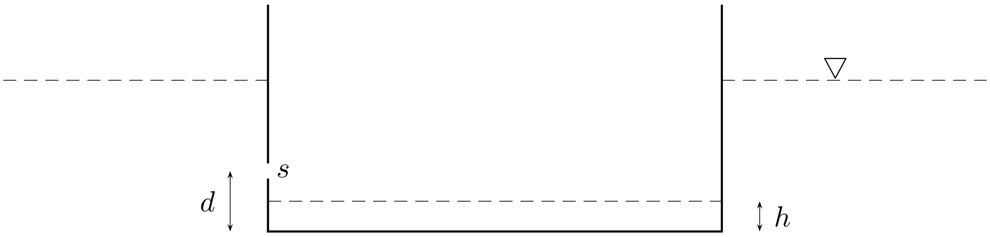

Fig. 2 – Première phase.

3. Déterminer l'expression de la vitesse avec laquelle l'eau pénètre dans la coque.

4. Pendant l'intervalle de temps dt, la hauteur de l'eau dans la coque varie de dh. Donner l'expression du rapport dh/dt.

5. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.

6. Intégrer cette équation et donner l'expression de la durée t_1 mise par l'eau pour atteindre le niveau de la déchirure. Application numérique.

Seconde phase : $h > d$.

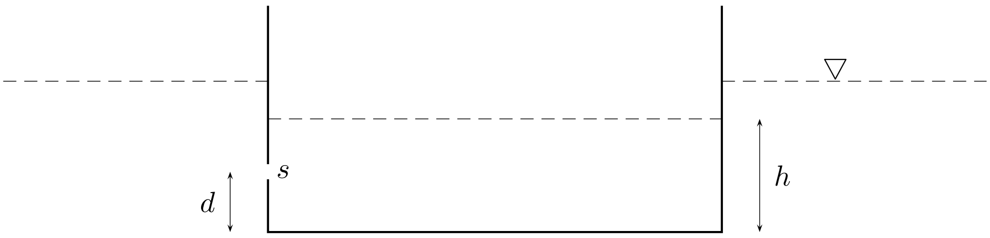

Fig. 3 – Seconde phase.

La vitesse avec laquelle l'eau pénètre dans la coque est supposée égale à $\sqrt{2g(x-h)}$.

7. En déduire une expression pour dx/dt.

8. Intégrer cette équation et donner l'expression de la durée t_2 pour que l'eau monte du niveau d jusqu'à la hauteur h_{max}. Application numérique.

9. Vérifier que le temps total mis par le bateau pour sombrer est d'environ 4 minutes.

Partie 2 : Fuite d'hydrocarbure (8 points)

L'objectif de cette seconde partie est de déterminer le temps de remontée à la surface du pétrole qui reste dans les cales et s'échappe par le trou de la coque. Nous supposons que le pétrole s'échappe par volumes successifs de forme sphérique dont la dimension est de l'ordre du trou. Ces volumes sont repérés par leur altitude z au-dessus du fond de la mer et nous prendrons pour leur rayon $R = 3m$.

La détermination du mouvement de la boule de pétrole dépend de la modélisation choisie pour les forces de frottement eau-pétrole. Nous considérons deux types de modèles :

- une force de frottement de type visqueux (proportionnelle à la vitesse)
- une force de frottement à « grande vitesse » (proportionnelle au carré de la vitesse)

Frottement visqueux.

La norme de la force de frottement est donnée par la loi de Stokes,

$$f_1 = 6\pi\eta R v,$$

où $\eta = 10^{-3} Pa.s^{-1}$ désigne la viscosité de l'eau.

10. Donner l'équation différentielle du mouvement d'une boule de pétrole en supposant que les frottements sont modélisés par la force f_1.

11. Donner l'expression de la vitesse limite v_{l1} acquise par la boule. Application numérique.

12. Calculer la valeur du nombre de Reynolds associé à ce mouvement. Est-il compatible avec l'hypothèse du frottement visqueux ?

Frottement à « grande vitesse »

La norme de la force de frottement est

$$f_2 = \frac{1}{2}\pi\rho R^2 v^2.$$

13. Donner l'équation différentielle du mouvement d'une boule de pétrole en supposant que les frottements sont modélisés par la force f_2.

14. Donner l'expression de la vitesse limite v_{l2} acquise par la boule. Application numérique.

15. Calculer la valeur du nombre de Reynolds associé à ce mouvement. Est-il compatible avec l'hypothèse du frottement à « grande vitesse » ?

16. Le bateau se situe à 3500 mètres de profondeur. En supposant que le pétrole effectue sa remontée avec la vitesse limite la plus réaliste, calculer le temps mis par une boule de pétrole pour parvenir en surface.