

Aucun document autorisé.
Calculatrice de l'école autorisée.
2h30

Ce sujet comporte 5 pages.
Les deux questions de cours sont sur 6 pts.
Le problème est sur 14 pts.

Questions de cours

- Le numéro n de la question à traiter est obtenu par la formule suivante

$$n = 1 + N_{\text{élève}} + X - 24 \times ENT\left(\frac{N_{\text{élève}} + X}{24}\right)$$

dans laquelle $N_{\text{élève}}$ est le **numéro d'élève attribué en début de scolarité**,
 X est un entier donné pour chaque question,
 $ENT()$ désigne la partie entière.

- Exemple : Barbier Anne-Laure, $N_{\text{élève}} = 3822$ ($N_{\text{élève}} \neq 10$)
 $X = 4$

$$n = 1 + 3822 + 4 - 24 \times ENT\left(\frac{3822 + 4}{24}\right) = 11$$

- Remarques : - les questions de cours sont données en Annexe,
- $N_{\text{élève}}$ n'est pas un numéro éventuel attribué à votre place pour la composition,
- **toute question ne devant pas être traitée ne sera pas corrigée.**

Question 1 (3 points)

L'entier X pour cette question est 4.

Question 2 (3 points)

L'entier X pour cette question est 12.

Problème (14 points)

Une citerne cylindrique de section S destinée au transport d'eau est stationnée sur une plate-forme pour effectuer une vidange partielle. Un tuyau cylindrique de diamètre d constant plonge pratiquement jusqu'au fond de la citerne au point A, remonte en un point B où il est suspendu à une potence puis débouche à l'air libre au point C situé au-dessus de la cuve de vidange de section s . Les points D et D' sont situés au niveau de la surface libre de la citerne.

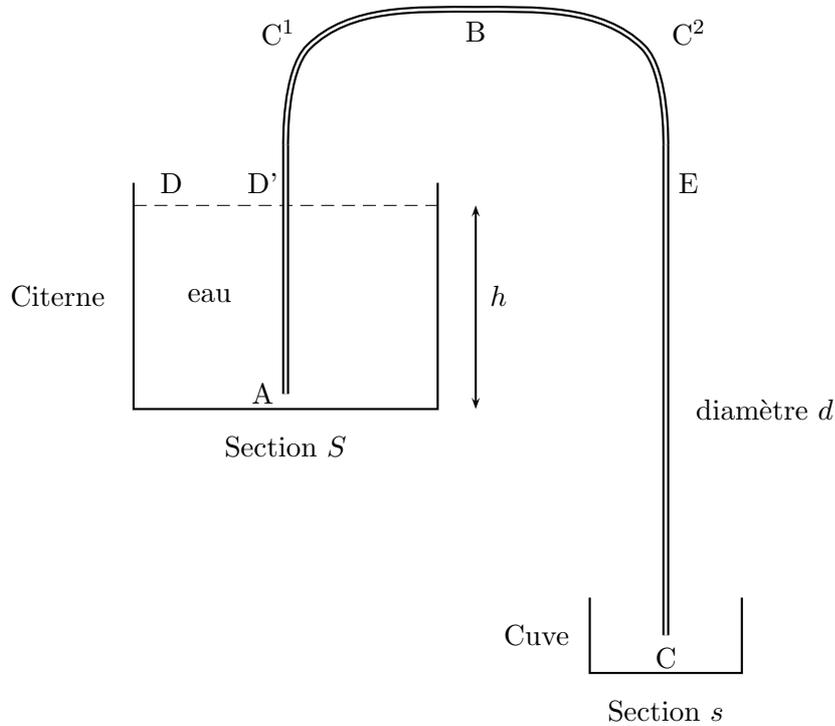


FIG. 1 – Schéma de principe.

- Données :
- masse volumique de l'eau : $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$
 - viscosité cinématique de l'eau : $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$
 - intensité du champ de pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$
 - pression atmosphérique : $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$
 - pression de vapeur saturante de l'eau à 20°C : $p_{\text{vs}} = 2500 \text{ Pa}$
 - altitudes des points : $z_A = 1.15\text{m}$, $z_C = -5\text{m}$ et $z_D = z_{D'} = z_E = 3.5\text{m}$
 - hauteur initiale dans la cuve $h = 3.5\text{m}$
 - sections : $S = 39\text{m}^2$ et $s = 5\text{m}^2$
 - diamètre du tuyau : $d = 10\text{cm}$
 - rugosité du tuyau : $\epsilon = 10^{-2}\text{mm}$
 - longueur D'E : $l_{D'E} = 15\text{m}$
 - coefficient de perte de charge en A : 4.4 et pour un coude : 0.2

Le fluide est d'abord supposé parfait. (8 points)

1. Qu'est-ce qu'un fluide parfait ? Quand ce modèle est-il valable ?
2. Donner une estimation de la vitesse du fluide au point C en supposant que la surface libre de la citerne est immobile. Application numérique.
3. Il y a risque de cavitation dans une canalisation lorsque la pression de l'écoulement atteint la pression de vapeur saturante du fluide qui circule. Exprimer la hauteur maximale à laquelle on peut porter le point B pour éviter ce risque. Application numérique.
4. La surface libre de la citerne est désormais mobile. On désigne par $z(t)$ la cote de la surface libre à l'instant t . Etablir l'équation différentielle vérifiée par z .

Indications :

- utiliser la conservation de la masse
 - exprimer la variation de la cote de la surface libre dz en fonction du temps dt
5. En déduire le temps de vidange du réservoir en fonction des grandeurs s, S, h, \tilde{h}, d, g et z_C . La quantité \tilde{h} désigne la hauteur finale dans la cuve à la fin de la vidange partielle. Application numérique avec $\tilde{h} = 6m$.

Le fluide est maintenant supposé réel. (6 points)

6. Qu'est-ce qu'un fluide réel ? Avec ce type de fluide, que faut-il prendre en compte dans le théorème de Bernoulli ?
7. Donner l'expression des pertes de charge singulière et régulière en indiquant les quantités qui interviennent.
8. Calculer la perte de charge linéaire de A à C sachant que le débit volumique moyen est $Q = 3.14 \cdot 10^{-2} m^3 \cdot s^{-1}$.
9. Calculer la somme des pertes de charges régulières de A à C.
10. Tracer le diagramme de charge en indiquant la charge aux points A, C¹, C² et C. Les points C¹ et C² se situent respectivement au niveau du premier et second coude. On prendra $l_{D/C^1} = l_{E/C^2} = 2.5m$ et on supposera que la charge est nulle en C.

Annexe

Questions de cours

1. Expression et interprétation physique des opérateurs différentiels
2. Dérivée particulaire d'une grandeur physique et déformation d'une particule fluide¹
3. Equation d'équilibre et équation de continuité
4. Rappel sur les forces conservatives
5. Equation de l'hydrostatique et équation de Pascal
6. Principe des vases communicants, tube piézométrique et presse hydraulique
7. Résultante des forces de pression sur une surface et principe d'Archimède
8. Equation d'Euler à partir de l'équation d'équilibre
9. Théorème de Bernoulli en écoulement permanent à partir de l'équation d'Euler
10. Formule de Toricelli, Venturi et Tube de Pitot
11. Théorème d'Euler
12. Potentiel des vitesses et fonction de courant - Equipotentiels et Lignes de courant
13. Expérience de Newton. Hypothèse des fluides newtoniens
14. Equation de Navier–Stokes à partir de l'équation d'équilibre
15. Equation de Stokes et Nombre de Reynolds
16. Viscosimètre de Couette
17. Théorème de Bernoulli généralisé - Coefficients de pertes de charge
18. Equation de Navier–Stokes adimensionnée et nombres sans dimension
19. Expérience de Reynolds
20. Equation de Reynolds à partir de l'équation de Navier–Stokes
21. Hypothèse de Boussinesq et modèle de longueur de mélange
22. Obtention de la formule de Manning–Strickler
23. Profondeur critique - Cas général et cas particulier du canal rectangulaire
24. Sens de variation de la surface libre due à une variation de la cote du fond

¹Sans interprétation des composantes des tenseurs D et W

