

**Exercice 1 (5 points)**

Nous considérons une fonction scalaire  $f(x, t)$  d'un écoulement unidirectionnel de vitesse  $u(x, t)$  et définissons le changement de repère des variables d'Euler  $(x, t)$  par la transformation galiléenne :

$$x = x' + u_0 t' \quad \text{et} \quad t = t',$$

où  $u_0$  est une vitesse constante.

1. Donner les expressions générales des dérivées particulières

$$\frac{df(x, t)}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{df(x', t')}{dt'},$$

dans leurs repères respectifs.

2. Etablir les expressions des dérivées partielles

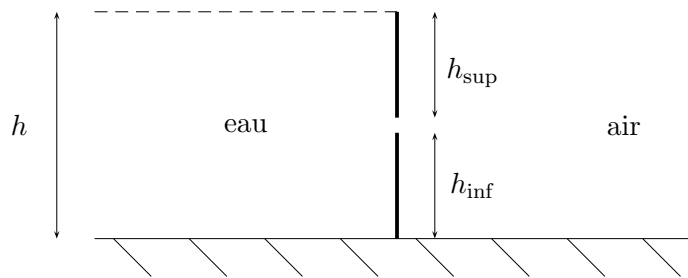
$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial x'} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f(x', t')}{\partial t'},$$

en fonction de  $\frac{\partial f(x, t)}{\partial x}$  et  $\frac{\partial f(x', t')}{\partial t}$

3. En déduire la relation entre les dérivées particulières dans les deux repères. Conclure.

**Exercice 2 (5 points)**

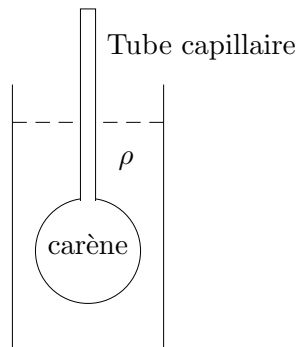
Un bassin contenant de l'eau sur une hauteur  $h$  est fermé par une porte verticale constituée de deux panneaux plans superposés de largeur  $l$ . On souhaite que chaque panneau supporte le même effort. La hauteur du panneau supérieur est notée  $h_{\text{sup}}$ , celle du panneau inférieur  $h_{\text{inf}}$  et les altitudes des centres de poussée sont notés  $\lambda_{\text{sup}}$  et  $\lambda_{\text{inf}}$ .



1. Le panneau inférieur est-il plus grand que le panneau supérieur ? Justifier
2. Déterminer les hauteurs  $h_{\text{sup}}$  et  $h_{\text{inf}}$ . AN pour  $h = 3m$
3. Calculer les altitudes des centres de poussée de chaque panneau. AN pour  $h = 3m$

### Exercice 3 (4 points)

Un densimètre est un instrument de verre constitué d'une enceinte lestée de volume  $V$  relié à un tube fin de diamètre  $d$ . La hauteur  $h$  dont est immergé le tube est reliée à la densité  $\rho$  du liquide dans lequel il est plongé. La masse du densimètre est noté  $m$ . L'objectif est d'étudier l'influence de la tension superficielle sur la mesure de la densité.



1. Calculer la densité  $\rho$  en négligeant la tension superficielle.

On rappelle que la force de tension superficielle s'exerçant sur le tube est  $\sigma\pi d$ .

2. Calculer la densité  $\rho$  en prenant en compte la tension superficielle.
3. AN pour l'eau dans les deux cas avec

$$V = 48\text{cm}^3, \quad m = 50\text{g}, \quad d = 3.5\text{mm}, \quad h = 19.95\text{cm}, \quad \sigma = 73 \cdot 10^{-3}\text{Nm}^{-1}, \quad g = 10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Conclure

### Exercice 4 (2 points)

On considère un tube de courant rectiligne horizontal, à vitesse uniforme sur toute section droite. Le mouvement est permanent et le fluide est incompressible et soumis uniquement à la gravité.

1. Déterminer le champ de vitesse de l'écoulement.
2. Montrer que la pression est hydrostatique à travers la section droite du tube.

### Exercice 5 (4 points)

On considère le champ de vitesse suivant

$$v = \begin{pmatrix} kx \\ ky \\ -2kz \end{pmatrix}$$

1. Le fluide est-il incompressible ? L'écoulement est-il irrotationnel ?
2. Donner le champ de pression de cet écoulement.
3. Déterminer le potentiel de vitesse.
4. Peut-on associer à cet écoulement une fonction de courant ? Justifier