

Exercice 1 (5 points)

Nous considérons une fonction scalaire $f(x, t)$ d'un écoulement unidirectionnel de vitesse $u(x, t)$ et définissons le changement de repère des variables d'Euler (x, t) par la transformation galiléenne :

$$x = x' + u_0 t' \quad \text{et} \quad t = t',$$

où u_0 est une vitesse constante.

1. Donner les expressions générales des dérivées particulières

$$\frac{df(x, t)}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{df(x', t')}{dt'},$$

dans leurs repères respectifs.

2. Etablir les expressions des dérivées partielles

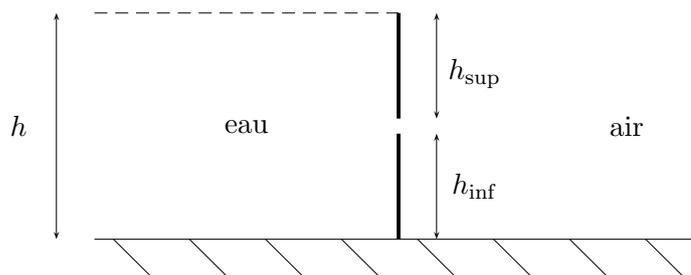
$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial x'} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f(x', t')}{\partial t'},$$

en fonction de $\frac{\partial f(x, t)}{\partial x}$ et $\frac{\partial f(x', t')}{\partial t}$

3. En déduire la relation entre les dérivées particulières dans les deux repères. Conclure.

Exercice 2 (5 points)

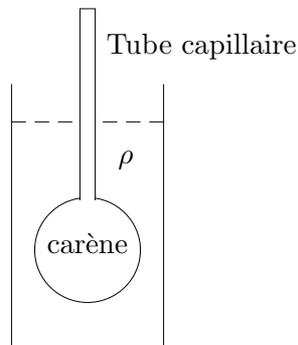
Un bassin contenant de l'eau sur une hauteur h est fermé par une porte verticale constituée de deux panneaux plans superposés de largeur l . On souhaite que chaque panneau supporte le même effort. La hauteur du panneau supérieur est notée h_{sup} , celle du panneau inférieur h_{inf} et les altitudes des centres de poussée sont notés λ_{sup} et λ_{inf} .



1. Le panneau inférieur est-il plus grand que le panneau supérieur ? Justifier
2. Déterminer les hauteurs h_{sup} et h_{inf} . AN pour $h = 3m$
3. Calculer les altitudes des centres de poussée de chaque panneau. AN pour $h = 3m$

Exercice 3 (4 points)

Un densimètre est un instrument de verre constitué d'une enceinte lestée de volume V relié à un tube fin de diamètre d . La hauteur h dont est immergé le tube est reliée à la densité ρ du liquide dans lequel il est plongé. La masse du densimètre est noté m . L'objectif est d'étudier l'influence de la tension superficielle sur la mesure de la densité.



1. Calculer la densité ρ en négligeant la tension superficielle.

On rappelle que la force de tension superficielle s'exerçant sur le tube est $\sigma\pi d$.

2. Calculer la densité ρ en prenant en compte la tension superficielle.
3. AN pour l'eau dans les deux cas avec

$$V = 48\text{cm}^3, \quad m = 50\text{g}, \quad d = 3.5\text{mm}, \quad h = 19.95\text{cm}, \quad \sigma = 73 \cdot 10^{-3}\text{Nm}^{-1}, \quad g = 10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Conclure

Exercice 4 (2 points)

On considère un tube de courant rectiligne horizontal, à vitesse uniforme sur toute section droite. Le mouvement est permanent et le fluide est incompressible et soumis uniquement à la gravité.

1. Déterminer le champ de vitesse de l'écoulement.
2. Montrer que la pression est hydrostatique à travers la section droite du tube.

Exercice 5 (4 points)

On considère le champ de vitesse suivant

$$v = \begin{pmatrix} kx \\ ky \\ -2kz \end{pmatrix}$$

1. Le fluide est-il incompressible ? L'écoulement est-il irrotationnel ?
2. Donner le champ de pression de cet écoulement.
3. Déterminer le potentiel de vitesse.
4. Peut-on associer à cet écoulement une fonction de courant ? Justifier