

Aucun document autorisé.
Calculatrice de l'école autorisée.
2h30

Ce sujet comporte 5 pages.
Les deux questions de cours sont sur 6 pts.
Les trois exercices sont indépendants et sont sur 14 pts.

Questions de cours

- Le numéro n de la question à traiter est obtenu par la formule suivante

$$n = 1 + N_{\text{élève}} + X - 24 \times ENT\left(\frac{N_{\text{élève}} + X}{24}\right)$$

dans laquelle $N_{\text{élève}}$ est le **numéro d'élève attribué en début de scolarité**,
 X est un entier donné pour chaque question,
 $ENT()$ désigne la partie entière.

- Exemple : Bach Delpuech Maxime, $N_{\text{élève}} = 4900$ ($N_{\text{élève}} \neq 10$)
 $X = 7$

$$n = 1 + 4900 + 7 - 24 \times ENT\left(\frac{4900 + 7}{24}\right) = 12$$

- Remarques : - les questions de cours sont données en Annexe,
- $N_{\text{élève}}$ n'est pas un numéro éventuel attribué à votre place pour la composition,
- **toute question ne devant pas être traitée ne sera pas corrigée.**

Question 1 (3 points)

L'entier X pour cette question est 7.

Question 2 (3 points)

L'entier X pour cette question est 17.

Exercice 1 (3 points)

Pour mesurer la masse volumique d'un liquide, nous réalisons trois pesées successives d'un même solide, suspendu sous le plateau d'une balance :

- 1) le solide suspendu à l'air libre est équilibré par une masse $m_0 = 20.50g$,
- 2) le solide immergé dans de l'eau est équilibré par une masse $m_1 = 12.70g$,
- 3) le solide immergé dans le liquide dont la masse volumique est inconnue est équilibré par une masse $m_2 = 14.10g$.

Etablir la relation littérale donnant la masse volumique du liquide. Application numérique

Exercice 2 (4 points)

Un pipe-line de diamètre intérieur $D = 50cm$ transporte du pétrole brut de viscosité dynamique $0.27Pa.s$ et de masse volumique $900kgm^{-3}$ avec un débit massique Q_m de 350 tonnes par heure. Des stations de pompage sont régulièrement réparties le long de la conduite : chaque pompe, actionnée par un moteur de rendement $\eta = 75\%$, augmente la pression de $4.5 \cdot 10^5 Pa$.

1. Quel est le type d'écoulement ?
2. Calculer la distance maximale entre deux stations de pompage.
3. Calculer la puissance de chaque moteur.

Exercice 3 (7 points)

Nous souhaitons étudier l'effet d'un pontage sur une artère de rayon normal r_0 partiellement obstruée sur une longueur l où le rayon est réduit à r (Fig 1.a). La greffe d'une portion d'artère de rayon r_p sur une longueur L_p est réalisée entre deux points situés de part et d'autre de l'étranglement et distants de L (Fig 1.b).

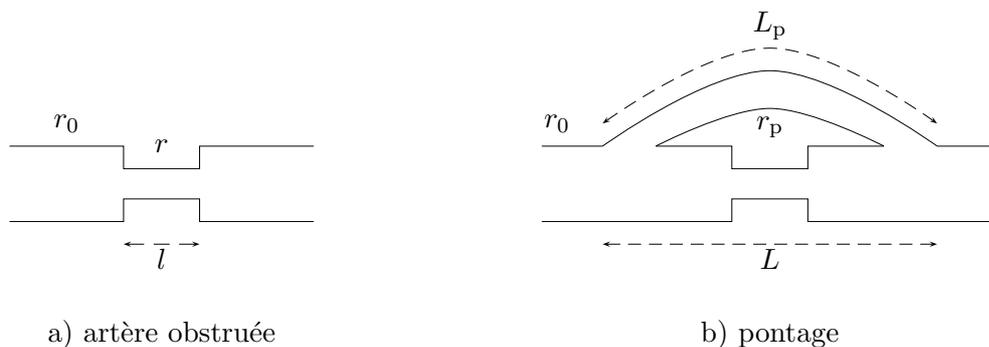


FIG. 1 – Schéma de principe de réparation d'une artère obstruée par un pontage.

Le régime est stationnaire et nous supposons que

$$\frac{l}{L} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \frac{r_0}{r} = 2.$$

Nous rappelons que la vitesse dans un écoulement de Poiseuille (i.e soumis à une différence de pression δp) dans une conduite circulaire de rayon R et de longueur L est donnée par

$$v(r) = \frac{\delta p}{4\mu L}(R^2 - r^2),$$

où r désigne la distance par rapport à l'axe de la conduite.

1. Que désigne μ ? Quelle est son unité?
2. Donner les vitesses moyenne et maximale dans cet écoulement.

On appelle *résistance hydraulique* R_h , le coefficient de proportionnalité reliant la chute de pression δp et le débit Q ,

$$\delta p = R_h Q.$$

Les résistances hydrauliques obéissent aux mêmes règles que les résistances électriques ou thermiques puisque les résistances en série s'ajoutent et les inverses des résistances en parallèle s'ajoutent.

3. Montrer que la résistance hydraulique de l'artère obstruée de longueur L et avant le pontage s'écrit

$$R_h = R_{h0} \left(1 - \frac{l}{L} + \frac{l}{L} \left(\frac{r_0}{r} \right)^4 \right),$$

où R_{h0} est la résistance hydraulique d'une artère saine de longueur L .

4. Déterminer le rapport du débit sanguin Q d'une artère obstruée avant pontage et du débit Q_0 d'une artère saine, en supposant que la chute de pression restante constante. Application numérique.
5. Exprimer la résistance R_{hp} du pontage en fonction de R_{h0} pour que le débit de l'artère obstruée et du pontage soit égal au débit Q_0 de la portion d'artère saine.
6. En déduire la fraction du débit sanguin passant par le pontage.

Annexe

Questions de cours

1. Expression et interprétation physique des opérateurs différentiels
2. Dérivée particulière d'une grandeur physique et déformation d'une particule fluide¹
3. Equation d'équilibre et équation de continuité
4. Rappel sur les forces conservatives
5. Equation de l'hydrostatique et équation de Pascal
6. Principe des vases communicants, tube piézométrique et presse hydraulique
7. Résultante des forces de pression sur une surface et principe d'Archimède
8. Equation d'Euler à partir de l'équation d'équilibre
9. Théorème de Bernoulli en écoulement permanent à partir de l'équation d'Euler
10. Formule de Toricelli, Venturi et Tube de Pitot
11. Théorème d'Euler
12. Potentiel des vitesses et fonction de courant - Equipotentiels et Lignes de courant
13. Expérience de Newton. Hypothèse des fluides newtoniens
14. Equation de Navier–Stokes à partir de l'équation d'équilibre
15. Equation de Stokes et Nombre de Reynolds
16. Viscosimètre de Couette
17. Théorème de Bernoulli généralisé - Coefficients de pertes de charge
18. Equation de Navier–Stokes adimensionnée et nombres sans dimension
19. Expérience de Reynolds
20. Equation de Reynolds à partir de l'équation de Navier–Stokes
21. Hypothèse de Boussinesq et modèle de longueur de mélange
22. Obtention de la formule de Manning–Strickler
23. Profondeur critique - Cas général et cas particulier du canal rectangulaire
24. Ecoulements graduellement variés

¹Sans interprétation des composantes des tenseurs D et W

