

Aucun document autorisé.
Calculatrice de l'école autorisée.
2h30

Ce sujet comporte 4 pages.
Les deux questions de cours sont sur 6 pts.
Les trois exercices sont indépendants et sont sur 14 pts.

Questions de cours

- Le numéro n de la question à traiter est obtenu par la formule suivante

$$n = 1 + N_{\text{élève}} + X - 24 \times ENT\left(\frac{N_{\text{élève}} + X}{24}\right)$$

dans laquelle $N_{\text{élève}}$ est le **numéro d'élève attribué en début de scolarité**,
 X est un entier donné pour chaque question,
 $ENT()$ désigne la partie entière.

- Exemple : Batteux Louise, $N_{\text{élève}} = 5906$ ($N_{\text{élève}} \neq 10$)
 $X = 7$

$$n = 1 + 5906 + 7 - 24 \times ENT\left(\frac{5906 + 7}{24}\right) = 10$$

- Remarques : - les questions de cours sont données en Annexe,
- $N_{\text{élève}}$ n'est pas un numéro éventuel attribué à votre place pour la composition,
- **toute question ne devant pas être traitée ne sera pas corrigée.**

Question 1 (3 points)

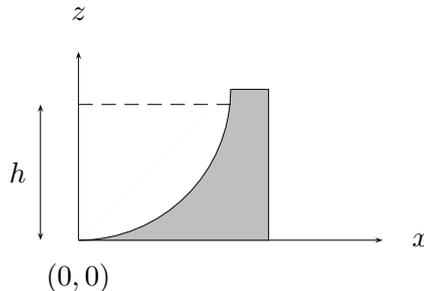
L'entier X pour cette question est 2.

Question 2 (3 points)

L'entier X pour cette question est 15.

Exercice 1 (4 points)

Nous souhaitons calculer la résultante des forces de pression sur un barrage de largeur b (suivant y) ayant une forme parabolique donnée par l'équation $x^2 = \alpha z$. La hauteur d'eau en $x = z = 0$ est notée h .



1. Calculer la composante horizontale de la résultante de forces de pression.
2. Calculer la composante verticale de la résultante de forces de pression.
3. Faire les applications numériques avec les valeurs suivantes

$$\alpha = 16m, \quad h = 32m, \quad b = 30m, \quad \rho = 1000kg.m^{-3} \quad \text{et} \quad g = 9.81m.s^{-1}.$$

Exercice 2 (4 points)

Soit un pipe-line (conduite cylindrique) de diamètre extérieur $D_e = 52cm$ transportant du pétrole brut de viscosité dynamique $0.27Pa.s$ et de masse volumique $900kgm^{-3}$ avec un débit Q_m de 350 tonnes par heure. La conduite à une rugosité ϵ de $1mm$ et une épaisseur e de $1cm$.

1. Quel est le type d'écoulement ?
2. Déterminer la perte de charge par unité de longueur. Application numérique.
3. Mêmes questions avec de l'eau dont la viscosité dynamique est $10^{-3}Pa.s$.
4. Conclure.

Exercice 3 (6 points)

La vorticité ω d'un écoulement incompressible vérifie l'équation suivante

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v \cdot \nabla \omega = \omega \cdot \nabla v + \nu \Delta \omega.$$

1. Donner l'expression de ω .
2. Rappeler la démarche et les hypothèses permettant d'obtenir cette équation.
3. Comment évolue ω dans un écoulement de fluide parfait avec une vorticité initiale nulle ? Justifier (*e.g.* avec un théorème) et donner l'interprétation physique de ce résultat.
4. Qu'est-ce que la décomposition de Reynolds ?
5. Montrer que l'on peut obtenir cette équation

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla \bar{\omega} = \bar{\omega} \cdot \nabla \bar{v} + \nu \Delta \bar{\omega} + \alpha,$$

où la signification de $\bar{\omega}$ sera indiquée et le terme α précisé.

Q* (question bonus) Ecrire α comme la divergence d'un tenseur τ_ω .

Annexe

Questions de cours

1. Expression et interprétation physique des opérateurs différentiels
2. Dérivée particulaire d'une grandeur physique et déformation d'une particule fluide¹
3. Equation d'équilibre et équation de continuité
4. Rappel sur les forces conservatives
5. Equation de l'hydrostatique et équation de Pascal
6. Principe des vases communicants, tube piézométrique et presse hydraulique
7. Résultante des forces de pression sur une surface et principe d'Archimède
8. Equation d'Euler à partir de l'équation d'équilibre
9. Th. de Bernoulli en écoulement permanent irrotationnel à partir de l'équation d'Euler
10. Formule de Toricelli, Venturi et Tube de Pitot
11. Th. d'Euler
12. Potentiel des vitesses et fonction de courant - Equipotentiels et Lignes de courant
13. Expérience de Newton. Hypothèse des fluides newtoniens
14. Equation de Navier–Stokes (NS) à partir de l'équation d'équilibre
15. Equation de Stokes à partir de l'équation de NS et Nombre de Reynolds
16. Viscosimètre de Couette
17. Th. de Bernoulli généralisé - Coefficients de pertes de charge
18. Equation de NS adimensionnée et nombres sans dimension
19. Expérience de Reynolds
20. Principe de l'obtention de l'équation de Reynolds à partir de l'équation de NS
21. Hypothèse de Boussinesq et modèle de longueur de mélange
22. Obtention de la formule de Manning–Strikler
23. Profondeur critique - Cas général et cas particulier du canal rectangulaire
24. Ecoulements graduellement variés

Formulaire

- $div(\alpha v) = \alpha div(v) + v \cdot \nabla \alpha$
- $div(u \otimes v) = u div(v) + v \cdot \nabla u$

¹Sans interprétation des composantes des tenseurs D et W

