E.S.T.P
GME1

Hydrodynamique
Application n°2
P. Sochala

18/01/13

Exercice 1 - Perte de charge

Une huile de pétrole s'écoule dans une conduite cylindrique horizontale de diamètre D. La vitesse moyenne de l'écoulement est notée v. La viscosité de cette huile est μ_{h} et sa masse volumique est ρ_{h}. On exprimera les différentes quantités sous forme littérale avant de faire les applications numériques (AN) avec les valeurs suivantes :

$$D = 20cm, \quad v = 2.25m \cdot s^{-1}, \quad \mu_{\mathrm{h}} = 0.45Pa \cdot s, \quad \rho_{\mathrm{h}} = 900kg \cdot m^{-3}, \quad g = 9.81m \cdot s^{-2}.$$

1. Quel est le type d'écoulement ?
2. Déterminer la perte de charge par mètre, en hauteur d'huile et en hauteur d'eau. AN.
3. Choisir la bonne égalité reliant puissance $\mathcal{P}$, pression p et débit volumique Q. Justifier.

$$\mathcal{P} = pQ, \quad \mathcal{P} = \frac{p}{Q}, \quad \mathcal{P} = \frac{Q}{p}, \quad \mathcal{P} = \frac{1}{pQ},$$

4. En déduire la puissance absorbée pour propulser cette huile sur $L = 80m$. AN.

Exercice 2 - Pompe de relevage

Une pompe de puissance $\mathcal{P}$ située à un altitude z_2 remonte de l'eau depuis un bassin (surface libre) à l'altitude z_1 jusqu'à un réservoir (surface libre) à l'altitude z_3 à travers une conduite de diamètre D, de longueur L et à une vitesse v. Les pertes de charge singulières peuvent être négligées. La conduite est équirépartie autour de la pompe. Les applications numériques se feront avec les valeurs suivantes :

$$\mathcal{P} = 36kW, \quad z_1 = 0m, \quad z_2 = 6m, \quad z_3 = 35m, \quad D = 13.5cm, \quad L = 65m, \quad v = 6m \cdot s^{-1}.$$

1. Quel est le type d'écoulement ?
2. Déterminer la perte de charge dans la conduite entre les points 1 et 3.
3. En déduire le coefficient de perte de charge linéaire.
4. Tracer le diagramme de charge entre les points 1 et 3.
5. Que dire d'une installation où la pompe est installée à $z_2 = z_3 = 15m$?

Exercice 3 - Similitude

Nous disposons d'une soufflerie dont la veine d'essai est à section carrée de $10m$ de côté et la vitesse de l'air est $70m \cdot s^{-1}$. Nous souhaitons réaliser un essai aérodynamique en plaçant dans cette veine la maquette d'un Airbus A340 d'envergure $60m$ et dont la vitesse de croisière est transsonique de nombre de Mach 0.8 à une altitude où la température est de $-45^{\circ}C$. Nous précisons que le nombre de Mach est défini par

$$M_{\mathrm{a}} = \frac{v}{c},$$

où v est la vitesse de l'objet et c la célérité du son défini par $c = \sqrt{\gamma RT}$ pour un gaz parfait. L'air est assimilé à un gaz parfait et nous considérons les valeurs suivantes

$$\nu = 1.410^{-5}m^2 \cdot s^{-1}, \quad \gamma = 1.4, \quad R = 287J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}.$$

La viscosité cinématique de l'air est identique dans la soufflerie et à l'altitude de croisière.

1. Donner le nombre de Mach accessible dans la soufflerie à température ambiante.
2. Quelle doit-être la température de la soufflerie pour respecter la similitude de Mach ?
3. Quel est le facteur d'échelle requis pour respecter la similitude de Reynolds ?

Nous choisissons une maquette de $4m$ d'envergure.

4. Quel est le nombre de Reynolds maximal accessible pour cet essai ?
   Comparer avec celui de l'avion de vol en croisière.

Exercice 4 - Ecoulement de Couette–Poiseuille modifié

Nous souhaitons étudier un écoulement de Couette–Poiseuille dont le gradient de pression et le mouvement du plan (supérieur) mobile ne sont plus colinéaires. Le fluide est soumis à

- un gradient de pression constant de direction e_p dans le plan horizontal (e_x, e_y),
- une translation horizontale du plan supérieur dans la direction e_v à vitesse v_0.

Nous désignons par α et β les angles respectifs des vecteurs e_v et e_p avec l'axe Ox. Le fluide est supposé incompressible, l'écoulement permanent et les forces de gravité sont négligées. Par ailleurs le champ de vitesse est invariant par translation suivant les axes Ox et Oy.

1. Faire un schéma en indiquant notamment les vecteurs e_v et e_p.
2. Déterminer l'expression générale du champ de vitesse.
3. Ecrire les équations vérifiées dans ce problème.
4. En posant $\eta = \cos(\beta)x + \sin(\beta)y$, montrer que l'on obtient les équations
$$A\cos(\beta) = \frac{dv_x^2}{dz^2} \quad \text{et} \quad A\sin(\beta) = \frac{dv_y^2}{dz^2},$$
   où A est une constante à préciser (on suppose $\dfrac{\partial p}{\partial \eta}$ constant).
5. En déduire le champ de vitesse.
6. Interpréter le résultat précédent. Le principe de superposition s'applique-t-il ?

Exercice 5 - Turbulence dans une conduite lisse

Le profil de vitesse pour un écoulement turbulent dans une conduite lisse est donné par les quantités adimensionnelles u^+ et y^+ :

$$u^+ = \begin{cases} y^+ & \text{si } 0 \leq y^+ \leq 5 \\ 5\ln(y^+) - 3.05 & \text{si } 5 \leq y^+ \leq 30 \\ 2.5\ln(y^+) + 5.5 & \text{si } y^+ \geq 30 \end{cases}$$

avec $u^+ = \dfrac{u}{\sqrt{\tau_p/\rho}}$ et $y^+ = \dfrac{y\sqrt{\tau_p/\rho}}{\nu}$ où u est la vitesse réelle et y la distance à la paroi.

Nous considérons un écoulement d'eau avec une vitesse moyenne de $10m \cdot s^{-1}$ dans une conduite lisse de diamètre $D = 10cm$. La viscosité cinématique de l'eau est $\nu = 10^{-6}m^2 \cdot s^{-1}$.

1. Rappeler la relation entre la contrainte pariétale et le coefficient de perte de charge linéaire.
2. Calculer l'épaisseur de la sous-couche visqueuse (*i.e.* vérifiant $y^+ = 5$).
3. Ecrire le profil de vitesse $u(y)$.
4. Quelles sont les valeurs de la vitesse à la fin de la sous-couche visqueuse et au centre de la conduite ?