E.S.T.P
ME1

Composition d'Hydrodynamique.

P. Sochala

25/01/13

Aucun document autorisé.
Calculatrice de l'école autorisée.
2h30

Ce sujet comporte 5pages.
Les deux questions de cours sont sur 6 pts.
Les quatre exercices sont indépendants et sont sur 14 pts.

Questions de cours

• Le numéro n de la question à traiter est obtenu par la formule suivante

$$n = 1 + N_{\text{élève}} + X - 21 \times ENT\left(\frac{N_{\text{élève}} + X}{21}\right)$$

dans laquelle $N_{\text{élève}}$ est le ***numéro d'élève attribué en début de scolarité***,
X est un entier donné pour chaque question,
$ENT()$ désigne la partie entière.

• Exemple : Ferret Louis , $N_{\text{élève}} = 6405$ ($N_{\text{élève}} \neq 42$)
$X = 12$

$$n = 1 + 6405 + 12 - 21 \times ENT\left(\frac{6405 + 12}{21}\right) = 13$$

• Remarques : - les questions de cours sont données en Annexe,
- $N_{\text{élève}}$ n'est pas un numéro éventuel attribué à votre place pour la composition,
- ***toute question ne devant pas être traitée ne sera pas corrigée***.

Question 1 (3 points)

L'entier X pour cette question est 12.

Question 2 (3 points)

L'entier X pour cette question est 17.

Exercice 1 (3 points)

Nous considèrons un iceberg de volume total V dans la mer. La masse volumique de la glace est $\rho_{\text{glace}} = 900 kg.m^{-3}$.

1. Pourquoi l'iceberg flotte ?
2. Quel est le rapport du volume immergé au volume total ?
3. L'iceberg fond totalement. Comment évolue le niveau de la mer ?

Exercice 2 (4 points)

Nous considérons un écoulement de fluide parfait soumis uniquement à la gravité dont le champ de vitesse est

$$v = k \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix}.$$

1. Le mouvement est-il solénoidal ? rotationnel ?
2. Déterminer le champ de pression de cet écoulement.
3. Peut-on déterminer un potentiel des vitesses ? si oui, le calculer.
4. Peut-on déterminer une fonction de courant ? si oui, la calculer.
5. Réécrire le champ de vitesse en coordonnées cylindrique d'axe Oz
   En déduire une description schématique de l'écoulement.

Indication Q2 : Ecrire l'équation vérifée par le champ de vitesse.

Exercice 3 (3 points)

Nous considérons un écoulement d'eau de débit Q dans une conduite cylindrique horizontale de diamètre D, de longueur L et de rugosité ϵ. Le profil de vitesse est défini par

$$v(r) = 1.24\overline{v}\left(\frac{2r}{D}\right)^{\frac{1}{7}},$$

où $\overline{v}$ désigne la vitesse moyenne et r la distance à la paroi. Les applications numériques se feront avec les valeurs suivantes

$$Q = 20L \cdot s^{-1}, \quad D = 15cm, \quad L = 1km, \quad \epsilon = 0.24mm, \quad \nu = 10^{-6}m^2 \cdot s^{-1}.$$

1. Quel est le type découlement ?
2. Calculer la vitesse pour des points à 1, 2.5, 5 et $7.5cm$ de la paroi.
   Tracer le profil de vitesse. Est-il cohérent avec le résultat de la question 1 ?
3. Déterminer le coefficient de perte de charge linéaire de cet écoulement.
4. Calculer la perte de charge linéaire.

Exercice 4 (4 points)

Nous souhaitons étudier la remontée d'une bulle de gaz parfait formée dans la lave de la chambre magmatique d'un volcan. La cheminée du volcan est assimilée à une conduite cylindrique verticale et la lave est considérée comme un fluide incompressible homogène de masse volumique ρ et de viscosité dynamique μ. Une bulle de gaz de rayon $R(-h)$ se forme à l'altitude $-h$ à l'instant initial et remonte à la surface de la Terre où son rayon est R_0. La quantité de gaz dans la bulle est supposée constante et la pression moyenne de la bulle est la pression de la lave. Le poids et l'accélération de la bulle sont négligés et la force de frottement F_{f} exercée par la lave est modélisée par la loi de Stokes dont l'expression est

$$\vec{F}_{\text{f}} = -6\pi\mu R\vec{v}.$$

Nous considérons que l'altitude nulle correspond à la surface de la Terre où s'exerce la pression atmosphérique p_0. Les applications numériques (AN) se feront avec les valeurs suivantes

$$\rho = 3000 kg \cdot m^{-3}, \quad \mu = 10^4 Pa \cdot s, \quad p_0 = 10^5 Pa, \quad R_0 = 50 cm, \quad h = 1 km, \quad g = 10 m \cdot s^{-2}.$$

1. Déterminer le champ de pression en supposant que la lave est en équilibre.
2. Donner le rayon de la bulle $R(z)$ à l'altitude z en fonction de R_0, p_0, ρ, g et z.
3. Ecrire l'équilibre des forces s'exerçant sur la bulle. En déduire l'epxression de $\dfrac{dz}{dt}$.
4. En déduire la durée d'ascension de la bulle.

Annexe

Questions de cours

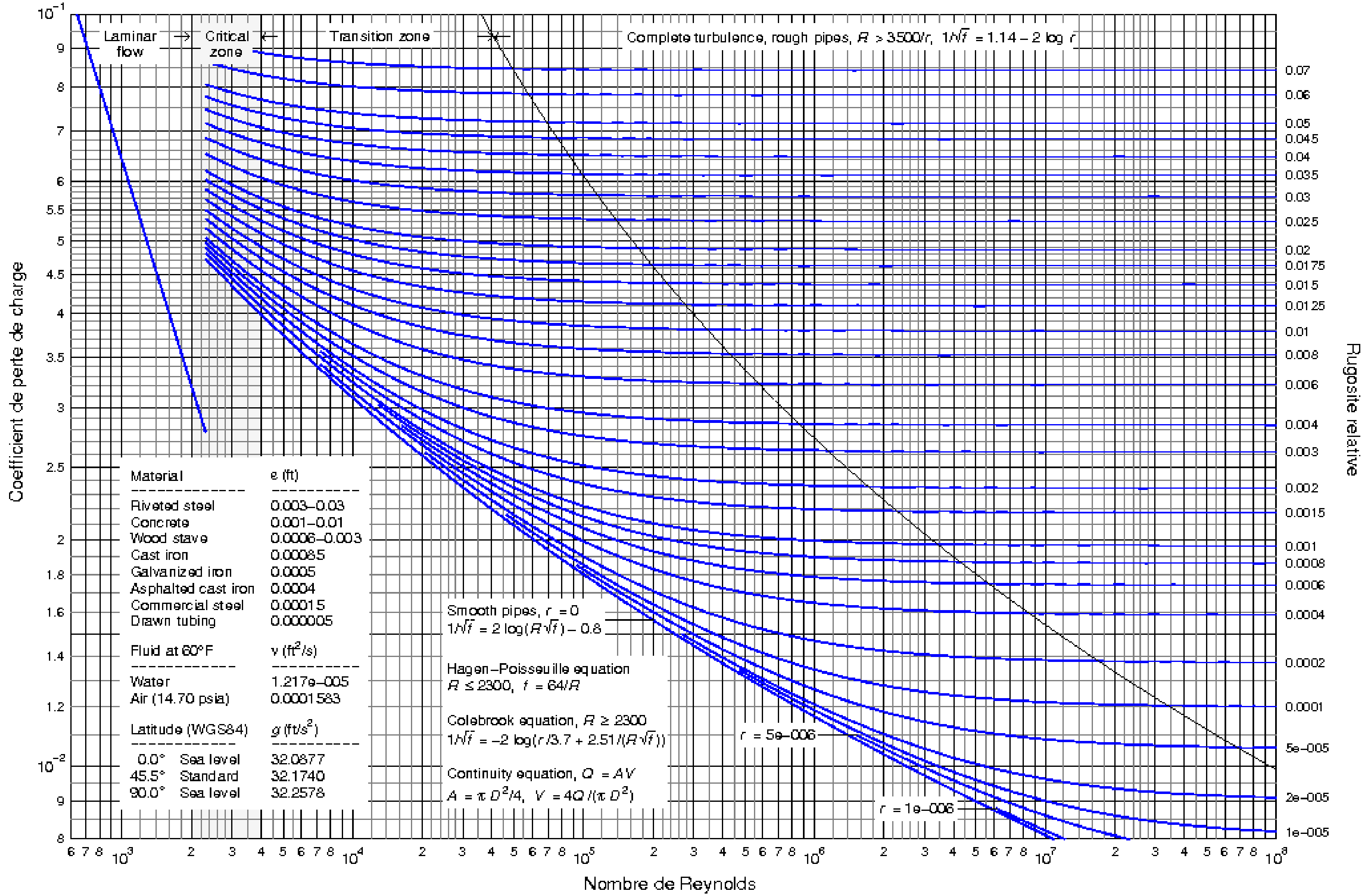
1. Expression et interprétation physique des opérateurs différentiels
2. Dérivée particulaire d'une grandeur physique et déformation d'une particule fluide[1]
3. Equation d'équilibre et équation de continuité
4. Rappel sur les forces conservatives
5. Equation de l'hydrostatique et équation de Pascal
6. Principe des vases communicants, tube piézométrique et presse hydraulique
7. Résultante des forces de pression sur une surface et principe d'Archimède
8. Equation d'Euler à partir de l'équation d'équilibre
9. Th. de Bernoulli en écoulement permanent irrotationnel à partir de l'équation d'Euler
10. Formule de Toricelli, Venturi et Tube de Pitot
11. Th. d'Euler avec démonstration
12. Potentiel des vitesses et fonction de courant - Equipotentielles et Lignes de courant
13. Expérience de Newton. Hypothèse des fluides newtoniens
14. Equation de Navier–Stokes (NS) à partir de l'équation d'équilibre
15. Equation de Stokes à partir de l'équation de NS et Nombre de Reynolds
16. Viscosimètre de Couette
17. Th. de Bernoulli généralisé - Coefficients de pertes de charge
18. Equation de NS adimensionnalisée et nombres sans dimension
19. Expérience de Reynolds
20. Principe de l'obtention de l'équation de Reynolds à partir de l'équation de NS
21. Hypothèse de Boussinesq et modèle de longueur de mélange

Formulaire

En coordonnées cylindriques, les vitesses radiale et orthoradiale sont données par

$$v_{\mathrm{r}} = v_x \cos(\theta) + v_y \sin(\theta) \quad \text{et} \quad v_\theta = -v_x \sin(\theta) + v_y \cos(\theta).$$

[1] Sans interprétation des composantes des tenseurs D et W


Coefficient de perte de charge
Nombre de Reynolds
Rugosite relative
Laminar flow
Critical zone
Transition zone
Complete turbulence, rough pipes, $R > 3500/r$, $1/\sqrt{f} = 1.14 - 2 \log r$
0.07
0.06
0.05
0.045
0.04
0.035
0.03
0.025
0.02
0.0175
0.015
0.0125
0.01
0.008
0.006
0.004
0.003
0.002
0.0015
0.001
0.0008
0.0006
0.0004
0.0002
0.0001
5e-005
2e-005
1e-005
r = 5e-006
r = 1e-006
Material | e (ft)
Riveted steel | 0.003–0.03
Concrete | 0.001–0.01
Wood stave | 0.0006–0.003
Cast iron | 0.00085
Galvanized iron | 0.0005
Asphalted cast iron | 0.0004
Commercial steel | 0.00015
Drawn tubing | 0.000005
Fluid at 60°F | ν (ft^2/s)
Water | 1.217e-005
Air (14.70 psia) | 0.0001583
Latitude (WGS84) | g (ft/s^2)
0.0° Sea level | 32.0877
45.5° Standard | 32.1740
90.0° Sea level | 32.2578
Smooth pipes, $r = 0$
$1/\sqrt{f} = 2 \log(R\sqrt{f}) - 0.8$
Hagen–Poisseuille equation
$R \leq 2300$, $f = 64/R$
Colebrook equation, $R \geq 2300$
$1/\sqrt{f} = -2 \log(r/3.7 + 2.51/(R\sqrt{f}))$
Continuity equation, $Q = AV$
$A = \pi D^2/4$, $V = 4Q/(\pi D^2)$