E.S.T.P
GME1

Hydrodynamique

Application n°2

P. Sochala

16/01/15

Exercice 1 - Pertes de charge

Une pompe p de puissance $\mathcal{P}$ remonte de l'eau d'un bassin vers un réservoir à travers une conduite comme indiqué sur le schéma de l'installation. L et D désignent la longueur (du bassin à la pompe et de la pompe au réservoir) et le diamètre de la conduite circulaire, v est la vitesse de l'eau dans la conduite et μ est la viscosité dynamique de l'eau. Les pertes de charge singulières sont négligées.

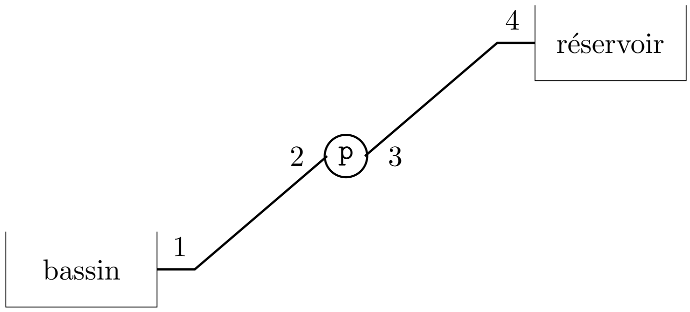

Figure 1 – schéma de l'installation.

Les données sont

$$\mathcal{P} = 36kW, \quad D = 135mm, \quad v = 6ms^{-1}, \quad \mu = 10^{-3}Pas, \quad L = 65m$$

$$p_1 = p_4 = 1013mbar, \quad z_1 = 0, \quad z_2 = z_3 = 20m \quad \text{et} \quad z_4 = 35m.$$

1. Quel est le régime d'écoulement ?
2. Choisir la bonne égalité reliant la puissance $\mathcal{P}$, le débit volumique Q et la différence de pression $\delta p_{\mathcal{P}}$ entre la sortie et l'entrée de la pompe. Justifier.

$$\mathcal{P} = \delta p_{\mathcal{P}} Q, \qquad \mathcal{P} = \frac{\delta p_{\mathcal{P}}}{Q}, \qquad \mathcal{P} = \frac{Q}{\delta p_{\mathcal{P}}}, \qquad \mathcal{P} = \frac{1}{\delta p_{\mathcal{P}} Q},$$

3. Calculer les pertes de charge linéaire entre le bassin et le réservoir. AN.
4. Calculer le coefficient de perte de charge linéaire dans la conduite. AN.

Exercice 2 - Régime d'écoulement

Dans un tuyau à paroi lisse, la turbulence apparaît lorsque le nombre de Reynolds devient supérieur ou égal à 2000. Nous souhaitons transporter un fluide avec un débit Q fixé. Les applications numériques se feront en considérant l'eau avec un débit $Q = 1L \cdot min^{-1}$.

1. Quelle est la condition sur le diamètre intérieur pour que l'écoulement reste laminaire ?
2. Même question pour une association en parallèle de n tuyaux identiques. Conclure.

Exercice 3 - Perfusion

Nous souhaitons perfuser un patient pendant une durée T avec un flacon de volume V contenant un fluide de masse volumique ρ et de viscosité dynamique μ. La surpression veineuse du patient est h_{m} cm de mercure. La masse volumique du mercure est notée ρ_{m}. Deux tubes sont reliés au flacon. L'un comporte à son extrémité une aiguille de longueur l et de diamètre intérieur d. L'extrémité libre de l'autre tube est à la pression atmosphèrique. Les expressions littérales seront établies avant de faire les applications numériques avec les valeurs suivantes

$$T = 4h, \quad V = 500mL, \quad \rho = 1.1g \cdot cm^{-3}, \quad \mu = 2\ 10^{-3} Pa \cdot s,$$

$$h_{\mathrm{m}} = 4cm, \quad \rho_{\mathrm{m}} = 13.6g \cdot cm^{3}, \quad l = 3cm \quad \text{et} \quad d = 0.4mm.$$

La vitesse dans un écoulement de Poiseuille (*i.e.* soumis à une différence de pression δp) dans une conduite circulaire (de rayon R et de longueur L) est $v(r) = \delta p(R^2 - r^2)/(4\mu L)$, où r désigne la distance par rapport à l'axe de la conduite.

1. Donner l'expression de la résistance hydraulique R_{h} d'un écoulement de Poiseuille dans une conduite circulaire.
2. Quel est le régime d'écoulement ?
3. Calculer la résistance hydraulique puis la chute de pression dans l'aiguille.
4. Calculer l'énergie cinétique volumique dans l'aiguille. Conclure.
5. A quelle hauteur doit-on installer le flacon ?

Exercice 4 - Modèle réduit

Un bateau a une surface mouillée S de $5000m^2$ quand il avance à une vitesse de $15m.s^{-1}$. Nous testons dans un bassin rempli d'eau, une maquette de ce bateau à une échelle 1/40. La résistance due aux vagues $\mathcal{R}_w$ et la résistance visqueuse $\mathcal{R}_v$ sont définies par

$$\mathcal{R}_w = C_x \rho S v^2/2 \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_v = f S v^n,$$

où C_x est le coefficient de trainée, ρ la masse volumique et v la vitesse. Nous avons $f = 1.6$ et $n = 1.85$ pour le bateau ainsi que $f = 1.7$ et $n = 1.9$ pour la maquette.

1. Quelle doit être la vitesse de la maquette ?
2. Donner le rapport des résistances dues aux vagues.
3. Calculer les deux résistances visqueuses.
4. En déduire la résistance totale sur le bateau si la résistance de la maquette est 40N.

Exercice 5 - Canal rectangulaire

On définit la section la plus avantageuse d'un canal comme la section transportant un débit (maximal) connu avec le périmètre mouillé minimal. Cette section permet de minimiser le coût de revêtement des canaux. Nous considérons un écoulement uniforme dans un canal rectangulaire de largeur b et de profondeur h non fixées. Le rayon hydraulique est noté R_{h}.

1. Montrer que la section la plus avantageuse vérifie $R_{\mathrm{h}} = h/2$.
2. Calculer la pente d'un canal rectangulaire pour un débit maximal $Q_{\max}$ à la vitesse moyenne v_{moy} en utilisant la formule de Chézy.

L'application numérique sera faite avec $Q_{\max} = 11m^3 \cdot s^{-1}$, $v_{\mathrm{moy}} = 1.8m \cdot s^{-1}$ et $C = 66 S.I.$